

# Novus Methodus ou le Traité de la Méthode Élégante par Leibniz

21 décembre 2011

## Résumé

Commentaire et Analyse de la *Nova Methodus pro maximis et minimis itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates morantur et singulare pro illis calculi genus* à partir du Traité de la Vie Élégante d'Honoré de Balzac.



Source gallica.bnf.fr / Bibliothèque nationale de France

« Une élégante, Paris vers 1900 »

Mémoire de Mathématiques et de Philosophie.  
Marie Schiele, Master II Philosophie.  
Jérémy Cochoy, Licence Mathématiques.  
Cours d'Histoire des Mathématiques tenu par M. Olivier Druet.  
Semestre 1 - Décembre 2011  
Ecole Normale Supérieure.

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Commentaire suivi : Le calcul de Leibniz</b>	<b>6</b>
2.1	Notations . . . . .	6
2.2	Les règles . . . . .	7
2.3	Les <i>signes ambigus</i> . . . . .	8
2.4	Puissances et racines . . . . .	8
2.5	L'algorithme de calcul . . . . .	9
2.6	Un exemple illustrant les règles de calcul . . . . .	10
2.7	Un exemple pratique : application à l'optique . . . . .	11
2.8	Un problème de géométrie . . . . .	12
2.9	Sur l'exponentielle . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Novus Methodus ou le Traité de la Méthode élégante</b>	<b>15</b>
3.1	« Le principe constitutif de l'élégance est l'unité » . . . . .	15
3.1.1	L'unité du style . . . . .	15
3.1.2	L'unité de la méthode . . . . .	15
3.1.3	L'unité comme principe philosophique . . . . .	16
3.2	L'élégance veut impérieusement que les moyens soient appropriés au but » . . . . .	18
3.2.1	Manipulation aisée d'un outil . . . . .	18
3.2.2	Indépendance du calcul . . . . .	18
3.2.3	Recherches des formes appropriées . . . . .	19
3.3	« C'est un tact exquis, dont le constant exercice peut seul faire d'écouvrir les rapports... » . . . . .	19
3.3.1	Le principe de séparation comme saisie des rapports . . . . .	20
3.3.2	L'élégance ou l'art de la découverte : <i>l'ars inveniendi</i> de Leibniz . . . . .	20
3.4	« La vie élégante n'exclut ni la pensée, ni la science, elle les con- sacre » . . . . .	22
3.4.1	L'élégance comme lien . . . . .	22
3.4.2	L'élégance comme ligne . . . . .	23
3.4.3	L'élégance baroque : ligne et détours . . . . .	23

<i>TABLE DES MATIÈRES</i>	3
<b>4 Conclusion</b>	<b>24</b>
<b>5 Bibliographie</b>	<b>25</b>
5.1 Edition de Référence du texte travaillé . . . . .	25
5.2 Littérature secondaire . . . . .	25

## 1 Introduction

« L'homme de goût doit toujours savoir réduire le besoin au simple. »

« [...], dans une matière, en elle-même complexe, il faut tâcher de rendre les choses simples. »

Qui de Leibniz ou de Balzac est l'auteur de ces fragments ? A la simple lecture, l'un comme l'autre pourrait se revendiquer d'en être la plume. Chaque fragment pourrait être la suite de l'autre et inversement, chaque fragment pourrait être tiré du même ouvrage. La première citation est extraite du *Traité de la Vie Élégante* de Balzac, l'un des traités qui compose l'étude des pathologies sociales de l'oeuvre monumentale qu'est la *Comédie Humaine* ; l'autre, est une citation tirée de la *Nouvelle méthode* de Leibniz, pour trouver le maximum et le minimum à partir des tangentes.

Bien que les perspectives d'origine soient fortement éloignées, le contenu des propositions initiales est étrangement similaire, voire identique, dans tous les cas, tendent vers le même point, la recherche du simple. Cette recherche du simple s'exerce chez Balzac dans le champ du goût, chez Leibniz, dans le champ de la démonstration mathématique, mais d'une façon identique, avec élégance. L'élégance ne doit pas être comprise ici comme un simple moyen ou encore même un enrobage dans lequel la réflexion serait présenté, elle est de part et d'autre principe de la réflexion et c'est sur ce point que nous aimerions développer notre étude.

Dans le cas de Balzac, le lien semble évident. L'élégance, présente dès le titre est posée comme objet principal des recherches et cela de manière didactique et prescriptive. En plus d'en développer le contenu, le texte se donne, selon même la fonction d'un traité, comme un modèle à suivre. Relevons ici que le dit traité était destiné à paraître dans le journal, la *Mode*, qui cherchait précisément une réflexion sur une éventuelle méthode de la vie élégante.

De la méthode, il en est précisément question chez Leibniz, mais de l'élégance, le lien n'est immédiat, ni évident. Pourtant, la *Nouvelle Méthode* des maximums et des minimums à partir des tangentes, que nous abrégons désormais en *Nouvelle Méthode*, a quelque chose d'un traité de l'élégance en mathématiques, ou du moins, en est une démonstration. Mais s'agit-il d'une élégance identique ? Balzac et Leibniz partagent-ils ici la même définition d'élégance. D'emblée, la difficulté posée par l'association entre mathématiques et élégance est peut-être la non-évidence d'un tel lien, du moins d'un point de vue externe aux mathématiques. L'élégance semble avant tout restreinte aux histoires de moeurs, de caractéristiques sociales et esthétiques. Peut-être faut-il alors revenir au terme d'élégance lui-même avant d'envisager quelque application à quelque domaine d'étude que ce soit.

L'élégance, c'est avant tout une pensée du lien, conformément à sa racine indoeuropéenne « leg » qui signifie rassembler, cueillir, choisir. D'où les deux dérivés que sont les occurrences lire et dire. A partir de cette racine, se forme

également le composé *legare*, « qui sait choisir » et le substantif *elegantia*, élégance, donc.

L'élégance est donc au croisement de deux mouvements, un mouvement unificateur et de sélection, qui opère un choix, choix qui signe par là-même un retour vers le simple. L'élégance peut dès lors se rapprocher d'un autre terme de la même famille linguistique, à savoir *intelligere*, *intellectus*, « discerner, le discernement », mais aussi *seligere*, *selectus*, « mettre à part, opérer une sélection ».

Pertinent également dans notre démarche, l'ensemble des mots d'origine grecque se rapportant à l'élégance à partir du rapprochement entre *legein* et *logos*. On trouve ainsi les termes *logigesthai*, qui signifie « calculer, réfléchir, conclure », *Analogia*, « proportion mathématique » ou encore *analogizesthai* « raisonner par analogie » qui désigne explicitement le raisonnement mathématique. Cette rapide étude analogique n'est certes pas suffisante pour démontrer et asseoir le lien entre mathématiques et élégance, elle a néanmoins le mérite de pointer une origine linguistique commune, une identité d'espèce qui touche et concerne un certain mouvement, celui de rassembler et de sélectionner, une mise en rapport en quelque sorte.

La preuve étymologique disions-nous est intéressante, mais non décisive au point de constituer un argument d'autorité. Car le sens qui demeure de l'élégance, ce sens qui est précisément en usage aujourd'hui ne saurait inclure les mathématiques. L'élégance est un fait humain, une manifestation d'un certain goût, voire d'un certain accoutrement, d'une mise en oeuvre de la parure, de la posture et des attitudes jugées comme manifestation du bon goût, de la beauté. Si l'on replace cette définition dans le champ des mathématiques, le lien sous-jacent serait donc le thème de la Beauté en mathématiques. L'élégance pose alors la question d'une Esthétique des Mathématiques. De ses enjeux et de son statut.

Si par Esthétique des Mathématiques, on entend une certaine quête du Beau, alors il faudrait se demander jusqu'à quel point cette quête coexiste avec le but initial de telle ou telle démonstration. La beauté est-elle le but en soi, ou uniquement un moyen pour le mathématicien de parvenir à ses fins ? La quête esthétique pour en venir au texte de Leibniz lui-même passe par une certaine recherche du Beau, encore faut-il mesurer la place accordée à cette quête, si elle n'est que secondaire, accessoire, dans ce cas la quête de la beauté n'est que la quête d'une belle démonstration ou d'une belle méthode, ou au contraire, tient le premier rang, c'est-à-dire est interdépendante de la recherche mathématique en tant que telle.

Et c'est ce vers quoi l'étymologie semblait nous guider : non une différence radicale entre le raisonnement mathématique et l'élégance, mais une sorte d'entrelacement, un lien fondamental. C'est ainsi que nous comprenons alors l'élégance, non comme la face esthétique, voire même esthétisante d'un envers laborieux et mécanique à masquer, mais comme le principe fondateur, en tout cas chez Leibniz, de toute recherche mathématique. La recherche mathématique

leibnizienne pourrait se comprendre en termes de mouvement de rassemblement et de sélection. L'élégance pourrait être un principe non seulement pour mener à bien une méthode ou une démonstration, mais aussi pour la découvrir.

C'est donc là le thème de notre étude, c'est en ce sens là, qu'il faut comprendre le titre même donné à notre travail et la méthode mise en oeuvre. En faisant correspondre des articles du *Traité de l'Elégance* de Balzac aux étapes de la démonstration de la *Nouvelle Méthode* de Leibniz, ce n'est pas tant pour tisser une relation d'illustration, qu'une relation d'équivalence : un dialogue. A sa manière, la *Nouvelle Méthode* peut être lue et comprise comme un traité de l'élégance mathématique.

La démarche est donc la suivante, à partir d'un commentaire suivi de la *Nouvelle Méthode* en première partie, les caractéristiques essentielles de l'élégance mathématiques seront exploitées et mise en regard des articles du *Traité de la Vie élégante* de Balzac dans un second temps. Toujours dans cette deuxième partie, on étendra la réflexion à d'autres oeuvres de Leibniz, et en introduisant d'autres points de vue, notamment celui des sciences cognitives, toujours dans la même perspective d'analyse du rôle de l'élégance en mathématiques.

## 2 Commentaire suivi : Le calcul de Leibniz

Nous nous proposons de relire l'article de Leibniz, sous le regard que pourrait porté un mathématicien d'aujourd'hui, tout en gardant à l'esprit les conditions dans lesquels le calcul différentiel est né.

### 2.1 Notations

Dans les premières lignes de son texte, Leibniz commence par introduire, à l'aide d'une figure, des notations nécessaires à une définition aisée de son calcul. Il décrit comment il souhaite mesurer les distances en abscisses et en ordonnée d'une courbe.

Pour ce faire, il considère<sup>1</sup> un axe (verticale) et une origine  $\mathcal{A}$ . Il appelle alors  $x$  la distance  $\mathcal{A}X$  d'un point  $X$  de l'axe. Puis pour une courbe  $Z$ , il note  $z$  la distance de la courbe à cet axe en un point ( $z$  est la longueur du segment  $XZ$  obtenu en traçant la droite orthogonale à  $\mathcal{A}$  passant par  $X$  et intersectant la courbe  $Z$  en  $Z$ . C'est donc « une fonction » de  $x$ , que l'on pourra noter  $f(x)$ .)

Il nomme par la suite la tangente au point  $z$   $Z E$  et son intersection avec l'axe  $E$ . Alors, il définit les segments  $dx$ , un segment choisit **arbitrairement** (ce qui sous-entend que si l'on s'autorise à choisir des segments moralement infiniment petits, alors les règles valent pour un tel segment).

1. Il est à noter que Leibniz n'utilise qu'une graduation positive de part et d'autre de cette origine, considérant que le sens naturel de parcourir est « vers le bas ». L'absence de distinction entre les points qui sont « avant »  $\mathcal{A}$  et « après »  $\mathcal{A}$  vont induire une certaine forme d'indétermination dans ses calculs.

On définit enfin  $dz$ , la différences de  $\mathcal{Z}$ ,<sup>2</sup>, tel qu'il soit « à  $dx$  comme  $z$  est à  $XE$  », c'est-à-dire tel que  $\frac{dz}{dx} = \frac{z}{XE} =: \alpha$  où  $\alpha$  est en fait le coefficient directeur de la tangente en  $x$  de  $\mathcal{Z}$ .

Il fait de même avec  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{W}$  et  $\mathcal{Y}$ .

**Les variables et courbes selon Leibniz** Leibniz développe son calcul infinitésimal dans le cadre de l'étude des courbes. À l'époque, on ne considère pas encore une courbe comme l'image d'une paramétrisation et encore moins comme un graph. Ce point de vue analytique verra le jour avec Euler. Pour Leibniz, une courbe est un objet qui est objet qui admet des tangentes en un nombre fini de points, et que l'on pourra parfois décrire par une équation ou comme solution d'un certain problème. On peut donc parler de tangentes et différentielles de toutes courbes, ce qui revient à dire que Leibniz ne considérerait que des courbes lisses (ou avec, éventuellement, des singularités en quelques points).

Pour Leibniz, les variables (par exemple  $z$  pour la courbe  $\mathcal{Z}$ ) ont une existence propre dans le sens où  $z$  peut être considéré un temps comme une fonction d'une première variable  $x$  (ce que nous noterions  $z(x)$ ), puis, par la suite, comme une fonction d'une seconde variable, disons  $y$  (et donc que l'on noterait  $z(y)$ ). Cette façon de considérer les variables permet de rendre implicite et plus aisé un « changement de variable »<sup>3</sup>. Un « changement de variable » ne correspond plus qu'à une autre façon d'exprimer l'objet  $z$  à partir d'autres objets via une équation. On remarquera enfin que la composition de fonctions, disons  $g \circ f(t)$  revient bien à différencier  $g(t)$  puis à substituer à chaque  $t$  l'expression  $f(t)$ , puis de poursuivre l'algorithme de calcul (ce qui revient bien à faire  $dg \circ f = dg_f \circ df$ ). Donc, sous réserve que les expressions soient de la forme de celles pour lesquels Leibniz définit son calcul, il est en mesure de différencier toutes les composées, même si l'on gardera à l'esprit que ce point de vue n'est certainement pas celui de Leibniz.

## 2.2 Les règles

Viennent alors les règles du calcul (formulée avec notations et termes actuels), données sans commentaires sur leur provenance et leur sens :

Constantes : Soit  $a$  une constante, alors  $da = 0$ .

Egalités : Si les variables  $y$  et  $v$  sont liées par  $y = v$ , i.e. les deux courbes ont même ordonnées, alors  $dy = dv$ .

Linéarité : L'opérateur  $d$  est linéaire, i.e.  $\forall x, y \quad d(x + y) = dx + dy$  et  $\forall a$ , une constante,  $da = adx$ .

2. On entendrait aujourd'hui différentielles, et l'on reconnaît là les règles de calculs du calcul sur les formes différentielles. (Dont notamment la règle de différentiation d'un produit, portant le nom de « règle de Leibniz ».)

3. Par exemple, si nous savons que  $z = 3y^2 + a$  et  $y = 2x - b$ , alors on peut considérer  $z(y) = 3y^2 + a$  ou bien  $z(x) = 3(2x - b)^2 + a$  et les différentielles  $dz(y) = 6ydy + a$  et  $dz(x) = (24x - 12b)dx + a$ .

Produit : L'opérateur  $d$  respecte la règle de Leibniz, i.e.  $d(xy) = ydx + xdy$ .  
 Quotient<sup>4</sup> : La règle pour le quotient de deux variables est  $d\frac{x}{y} = \frac{\pm dx \mp dy}{y^2}$ .

La dernière règle ne permet pas de déterminer exactement le résultat, ou plutôt il faudra déterminer le résultat selon le contexte. Cela vient du choix de repérer les abscisses et ordonnées par des valeurs toujours positives (en d'autres termes, ne considérer que les valeurs absolues des abscisses et ordonnées). D'après « Marc Parmentier », Leibniz considérait l'existence de ces règles de signes, que l'on pouvait toujours déterminer par des considérations géométriques, comme une richesse de cette théorie. Nous nous autoriserons à ne considérer que la restriction des fonctions aux  $x$  positifs.

S'ensuivent quelques commentaires sur les valeurs que peut prendre  $dz$ . Il précise que les points où  $dz$  est nulle sont, sous réserve que la courbe, au voisinage de  $Z$ , ne traverse pas sa tangente, des extremums (maximas ou minimas), et que la tangente est parallèle à l'axe. Si  $\frac{dz}{dx} = +\infty$ , Leibniz remarque que la tangente est alors horizontale et alors confondue avec les ordonnées. Dans le cas où  $dz$  est égale à  $dx$ , i.e. le rapport  $\frac{dz}{dx} = 1$ , alors la tangente forme un angle de  $\frac{\pi}{4}$  avec l'axe  $\mathcal{A}$ .

Il s'intéresse enfin à la différentielle seconde, et remarque que si  $ddz > 0$  ou  $ddz < 0$ , on a alors une courbe *convexe*, ou bien *concave*. Il remarque qu'en un point où la dérivée change de sens de variation, on est en présence d'un point d'inflexion où « concavité et convexité s'échangent »<sup>5</sup>.

### 2.3 Les signes ambigus

D'après la règle du quotient présentée par Leibniz, si  $\frac{x}{y}$  est croissante (resp. décroissante), alors il est nécessaire de fixer les signes afin que le quotient  $d\frac{x}{y} = \frac{\pm dx \mp dy}{yy}$ , soit positif (resp. négatif). On notera que les signes  $\pm$  et  $\mp$  sont corrélés, c'est à dire que  $\pm\mp = -$ .

Étant donné que plusieurs ambiguïtés imbriquées peuvent apparaître, il est nécessaire de disposer d'un moyen pour noter la façon dont les signes sont corrélés. Il utilise pour cela des parenthèses, afin de spécifier que ces signes sont indépendants des précédents. Par exemple, pour  $w = \frac{v}{y} + \frac{y}{z} + \frac{u}{w}$  il vient  $dw = \frac{\pm vdy \mp ydv}{yy} + \frac{(\pm)ydz(\mp)zdy}{zz} + \frac{((\pm))udw((\mp))wdu}{ww}$ .

### 2.4 Puissances et racines

Leibniz pose les formules de différentiations des fonctions de la forme  $x^a$ ,  $a \in \mathbb{Q}$ , en différentiant chacun des cas, afin, pour reprendre ses mots, « j'ai préféré tirer moi-même ces conséquences, plutôt que de le laisser à d'autres ».

5. Étant donné qu'il ne considère que des valeurs absolues, il exclut le cas d'un point d'inflexion à l'origine, ainsi que les points d'inflexion présentant des tangentes verticales.

Puissances :  $dx^a = adx^{a-1}$  et  $d\frac{1}{x^a} = -\frac{adx}{x^{a+1}}$ .

Racines :  $d\sqrt[b]{x^a} = \frac{a}{b}\sqrt[b]{x^{a-b}}dx$  et  $d\sqrt{x^a} = -\frac{adx}{b\sqrt{x^{a+b}}}$ .

On notera que c'est ici qu'il considère deux formes de puissances : les puissances entières quand la puissance est un entier (naturel), et les puissances rompues quand le signe est négatif ou bien que le nombre est rompu, c'est-à-dire un rationnel.

## 2.5 L'algorithme de calcul

Leibniz n'hésite pas à mettre en valeur le fait que, quelque soit l'équation dont un dispose (on suppose, bien entendu, que l'équation se présente sous la forme d'une expression que l'on sera réduire grace aux règles de calculs donné, ce qui était le cas des fonctions considérés à l'époque) on pourra toujours parvenir à effectuer mécaniquement l'opération de différentiation et finalement obtenir l'équation différentiel correspondante. De plus, contrairement à d'autres méthodes existant à son époque, son calcul différentiel ne nécessite pas de réécrire l'équation, par exemple en cherchant à faire disparaître les puissances rationnels.

S'en suit une remarque particulièrement importante, puisque c'est ici qu'apparaît le sens de ce calcul. On peut en effet considérer  $dx, dy, dz, \dots$  « proportionnel aux différences, accroissement ou diminutions élémentaires » de  $x, y, z$ . C'est-à-dire, si la courbe correspond à une distance parcourus, à la vitesse instantanée au point considéré, respectivement de  $x, y, z, \dots$ .

Il fait mention des courbes transcendentes, et précise que son calcul peut traiter de ce sujet, dans le sens où l'on peut bien sur parler de  $dv$  comme une variation infinitésimal d'ordonné d'une courbe transcendante  $\mathcal{V}$ . Toutefois, il ne dispose pas de formules de différentiation pour ces courbes. D'après Marc Parmentier, les courbes transcendentes sont au coeur des préoccupations de Leibniz, et en en faisant mention, il exprime que son calcul pourra peut-être fournir un outil d'étude de ces courbes.

Il explique que l'on peut considérer que trouver une tangente est tracer la droite passant par deux points infiniment proches, c'est à dire le côté d'un polygone infinitangulaire qui se confond avec la courbe. La différentielle  $dv$  d'une courbe  $\mathcal{V}$  est alors la longueur d'un côté de ce polygone infinitangulaire qui se confond avec cette courbe en un point considéré. Il explique qu'alors, si la longueur d'une courbe  $\mathcal{Z}$  s'exprime à partir d'une courbe transcendente  $\mathcal{V}$ , on pourra exprimer  $dz$  à partir de  $dv$ . Il prend pour exemple la cycloïde, dont les tangentes sont connues, ou peuvent être déterminer à partir des propriétés de cette courbe, ce qui n'est pas le cas d'une courbe transcendente en toute généralité.

## 2.6 Un exemple illustrant les règles de calcul

Leibniz se propose d'illustrer la puissance de son calcul par la détermination d'une equation différentielle à partir d'une première équation :

$$\frac{x}{y} + \frac{(a+bx)(c-xx)}{(ex+fx)^2} + ax\sqrt{gg+yy} + \frac{yy}{\sqrt{hh+lx+mx}} \quad (1)$$

où  $x$  et  $y$  sont respectivement le segment  $AX$  et l'ordonnée  $XY$  à la courbe  $\mathcal{Y}$ . On cherche à déterminer la tangente, donc le point  $D$  tel que  $DX$  soit l'intersection de la tangente à l'abscise, c'est à dire  $\frac{YX}{DX} = \left| \frac{dy}{dx} \right|$ .

Leibniz nous propose de rendre cela plus aisé en posant  $n := a + bx$ ,  $p := c - xx$ ,  $q := ex + fx$ ,  $r := gg + yy$  et  $s := hh + lx + mx$ . On obtient alors l'équation

$$\frac{x}{y} + \frac{np}{qq} + ax\sqrt{r} + \frac{yy}{\sqrt{s}} = 0. \quad (2)$$

Viennent alors les égalités suivantes :

$$\begin{aligned} d\frac{x}{y} &= \frac{ydx - xdy}{yy}, \\ d\frac{np}{qq} &= \frac{qqdnp - npdq}{q^4} = \frac{q(pd n + ndp) - 2npqdq}{q^3}, \\ da x\sqrt{r} &= a(\sqrt{r}dx + xd\sqrt{r}) = a(\sqrt{r}dx + \frac{xdr}{2\sqrt{r}}), \\ d\frac{yy}{\sqrt{s}} &= \frac{2\sqrt{s}ydy - yy\frac{ds}{2\sqrt{s}}}{s} = \frac{4sydy - yyds}{2\sqrt{ss}}. \end{aligned}$$

On en déduit (par linéarité) que la différentiel de l'équation 2 est :

$$\frac{ydx - xdy}{yy} + \frac{q(pd n + ndp) - 2npqdq}{q^3} + a(\sqrt{r}dx + \frac{xdr}{2\sqrt{r}}) + \frac{4sydy - yyds}{2\sqrt{ss}} = 0. \quad (3)$$

On remarque de plus que

$$\begin{aligned} dn &= bdx, \\ dp &= -2xdx, \\ dq &= (e + 2fx)dx, \\ dr &= 2ydy, \\ ds &= (l + 2mx)dx. \end{aligned}$$

d'où il résulte que

$$\frac{ydx - xdy}{yy} + \frac{q(pbdx - n2xdx) - 2npq(e + 2fx)dx}{q^3} + a\sqrt{r}dx + a\frac{2xydy}{2\sqrt{r}} + \frac{4sydy - yy(1 + 2mx)dx}{2\sqrt{ss}} = 0$$

et ainsi

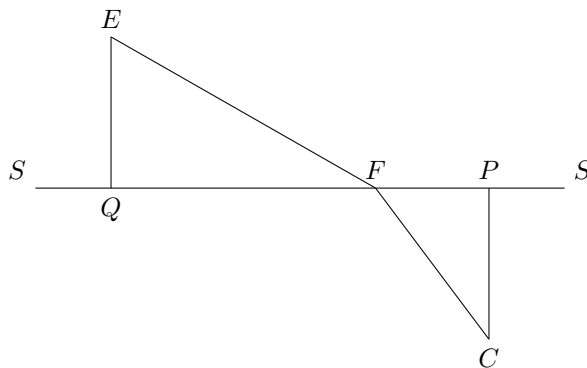
$$\frac{1}{y}dx + \frac{q(pb - n2x) - 2npq(e + 2fx)}{q^3}dx + a\sqrt{r}dx - \frac{yy(1 + 2mx)}{2\sqrt{ss}}dx = \frac{x}{yy}dy - \frac{axy}{\sqrt{r}}dy - \frac{2y}{\sqrt{s}}dy$$

ce qui nous permet, en substituant les valeurs de  $n$ ,  $p$ ,  $q$ ,  $r$  aux occurrences de ces variables, d'exprimer  $\frac{dy}{dx}$  à partir des seules quantités données.

La raison de cet exemple, purement calculatoire, est de donner un aperçu de la puissance du calcul aveugle; sans raisonnement géométrique, on parvient à obtenir une expression de la tangente, bien qu'elle soit quelque peu complexe.

## 2.7 Un exemple pratique : application à l'optique

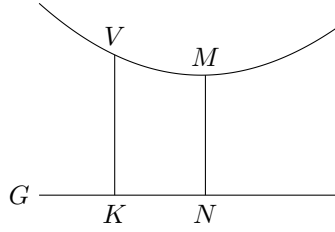
Leibniz nous propose d'appliquer son calcul différentiel à un problème d'optique bien connu, afin de montrer avec quelle facilité il retrouve la loi de réfraction, aussi appelé loi de Descartes.



Les points  $E$  et  $C$ , ainsi que la droite  $S$ , et deux constantes de milieu  $r$  et  $h$  étant donné, on cherche à minimiser la quantité  $rEF + hFC$ . On peut (et l'on doit), dans ce problème, considérer  $r$  et  $h$  comme la densité des milieux.

La constante  $r$  représente la tendance du milieu situé au-dessus de la droite à s'opposer au mouvement d'un rayon lumineux de direction  $\vec{EF}$ . De même, la constante  $h$  représente la densité du milieu situé sous la droite  $S$  à s'opposer au passage du rayon lumineux de direction  $\vec{FC}$ . On peut supposer, pour fixer les idées, que  $r$  est la densité de l'air et  $h$  celle de l'eau.

Leibniz propose, en des termes plus géométriques que ce que nous utiliserons, d'étudier la courbe  $w$ , dont l'ordonnée représente la somme  $rEF + hFC$  quand  $F$  parcourt  $S$ . Elle atteint son minimum en  $N$ .



Les points  $E$  et  $C$  étant donnés, il en est donc de même de leur projection orthogonale, et de leur distance à la droite  $S$ . Notons  $c := CP$ ,  $e := EQ$ , et  $p := PQ$  les constantes. La distance  $QF$  de la première figure est l'abscisse  $GN$  de la courbe que nous étudions, et nous la noterons  $x$ . Notons  $f := FC$  et  $g := EF$ , les distances que nous étudions. Il vient alors (par pythagore) les relations  $FP = p - x$ ,  $f = \sqrt{PC^2 + FP^2} = \sqrt{cc + pp - 2px + xx} = \sqrt{l}$  où  $l$  est l'expression sous la racine. De même,  $g = \sqrt{ee + xx} = \sqrt{m}$ . Il vient donc  $w = h\sqrt{l} + r\sqrt{m}$ . Puisque sa différentiel doit s'annuler en son minimum, on obtient donc l'équation différentiel

$$0 = h \frac{dl}{2\sqrt{l}} + r \frac{dm}{2\sqrt{m}}.$$

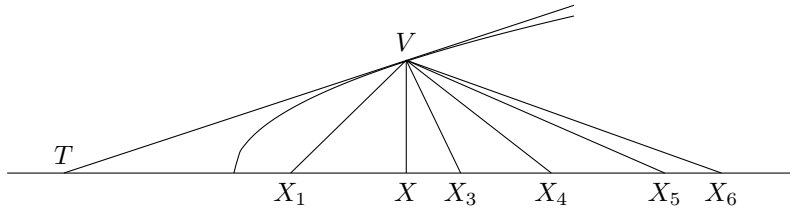
Toutefois,  $dl = -2(p - x)dx$  et  $dm = 2xdx$ , donc

$$h \frac{p - x}{f} = r \frac{x}{g}.$$

Arrivé à ce point <sup>6</sup>, il est bon de remarquer que  $\frac{x}{g}$  est le cosinus de  $\widehat{CFP}$ , et donc le sinus de l'angle aiguë que forme  $\widehat{EF}$  avec l'orthogonale à  $S$  en  $F$ , aussi appelé angle d'incidence. De même,  $\frac{p-x}{f}$  est le sinus de l'angle de réfraction, c'est à dire l'angle aiguë que forme  $CF$  à la droite orthogonale à  $S$  en  $F$ .

On retrouve alors la loi de Descartes sur la réfraction, à savoir que le quotient de l'angle du sinus de l'angle d'incidence par le sinus de l'angle de réfraction  $\frac{\frac{x}{g}}{\frac{p-x}{f}}$  est égal au quotient des indices de milieu  $\frac{h}{r}$ .

## 2.8 Un problème de géométrie



6. Pour Leibniz, le sinus représente le produit de notre sinus par le rayon, c'est à dire, par exemple,  $f * \sin(i)$  si  $i$  est l'angle d'incidence. C'est pourquoi il demande à ce que  $EF = FC$ , ceci afin que les "rayons"  $f$  et  $g$  soient égaux.

On considère maintenant une courbe  $\mathcal{V}$  et  $N$  points situés sur l'abscisse. La courbe est telle que la somme des distances d'un point de cette dernière aux  $N$  points que nous avons fixés est constante et égale à  $g$ . Enfin, on considère la courbe en un point tel que sa projection orthogonale sur l'axe des abscisses soit l'un des  $N$  points fixés, que nous noterons  $X$ .

Alors, Leibniz nous affirme que le coefficient directeur de la tangente est

$$\frac{-\frac{X_1X}{VX_1} + \frac{X_2X}{VX_2} + \cdots + \frac{X_NX}{VX_N}}{\frac{VX}{VX_1} + \frac{VX}{VX_2} + \cdots + \frac{VX}{VX_N}}.$$

Si l'on note  $x$  l'abscisse de  $X$ , et  $x_i$  l'abscisse des  $X_i$ , ainsi que  $v$  l'ordonnée de  $\mathcal{V}$  en  $X$ , on peut réécrire ceci comme

$$-\frac{\frac{x-x_1}{\text{dist}(v,x_1)} + \cdots + \frac{x-x_n}{\text{dist}(v,x_n)}}{\frac{v}{\text{dist}(v,x_1)} + \cdots + \frac{v}{\text{dist}(v,x_n)}}.$$

où  $\text{dist}(v, x_i) = \sqrt{v^2 + (x - x_i)^2}$ .

Cette égalité provient du caractère constant de la somme des distances de  $V$  aux  $X_i$ . Plus exactement, il faut différencier l'égalité

$$\sqrt{v^2 + (x - x_1)^2} + \sqrt{v^2 + (x - x_2)^2} + \cdots + \sqrt{v^2 + (x - x_n)^2} = g.$$

On obtient alors

$$\frac{ydy + (x - x_1)dx}{2\sqrt{v^2 + (x - x_1)^2}} + \cdots + \frac{ydy + (x - x_n)dx}{2\sqrt{v^2 + (x - x_n)^2}} = 0.$$

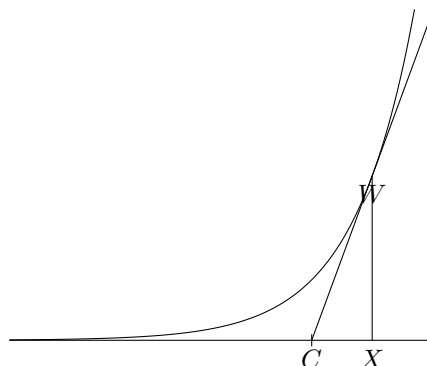
Il suffit alors de séparer les termes en  $dx$  et ceux en  $dy$  :

$$\begin{aligned} & \left( \frac{(x - x_1)}{2\sqrt{v^2 + (x - x_1)^2}} + \cdots + \frac{(x - x_n)}{2\sqrt{v^2 + (x - x_n)^2}} \right) dx \\ & = \\ & - \left( \frac{y}{2\sqrt{v^2 + (x - x_1)^2}} + \cdots + \frac{y}{2\sqrt{v^2 + (x - x_n)^2}} \right) dy. \end{aligned}$$

d'où l'égalité annoncée.

## 2.9 Sur l'exponentielle

Il se propose de traiter un problème « que M. De Beaume a posé à Descartes, que ce dernier tâchât de résoudre [...], mais en vain ».



On considère la courbe  $\mathcal{W}$  telle qu'en tout point, traçant la tangente en  $X$  de  $W$  intersectant l'abscise en  $X$ ,  $XC$  soit constant et égale à  $a$ . Notons  $w := XW$ . Mais alors,  $\frac{dw}{dx} = \frac{XW}{CX} = \frac{w}{a}$ , d'où l'on déduit  $w = \frac{a}{dx} dw$ .

Leibniz propose alors de considérer l'accroissement de  $X$  comme constant, c'est à dire  $dx = b$ . Il vient alors  $w = \frac{a}{b} dw$  et l'on constate alors que l'accroissement élémentaire en ordonné en un point est proportionnel à l'ordonné de la courbe en ce point. Il ajoute que si les  $x$  croissent suivant une suite arithmétique, alors les  $w$  forment une suite géométrique. Il déclare alors qu'à  $w$  donné,  $x$  est le logarithme de  $w$ , et considère le problème résolu. Bien entendu, le problème est loin de l'être, puisque l'exponentiel, et plus généralement les courbes transcendentes, seront étudié par la suite, et grâce à ces outils.

### 3 Novus Methodus ou le Traité de la Méthode élégante

#### 3.1 « Le principe constitutif de l'élégance est l'unité »

L'unité chez Balzac est pensée comme unité de deux principes, soit la simplicité et l'harmonie. Chez Leibniz, à partir de la *Nouvelle Méthode*, le principe d'unité peut être décliné de trois façons différentes : au niveau stylistique, au niveau méthodique et enfin à un niveau philosophique, en résonance avec un ouvrage plus tardif, où l'unité sera élevée à un absolu : *la Monadologie*.

##### 3.1.1 L'unité du style

Le style de la *Nouvelle Méthode est lapidaire*. Leibniz va à l'essentiel sans s'appesantir sur les détails qui alourdiraient sa démonstration. Outre les expressions « Pour abréger », on peut repérer également, l'absence de développements mathématiques trop fastidieux, les références allusives à certains auteurs. Le but de Leibniz est ici rappelé et précise ses intentions. Leibniz laisse clairement le soin à d'autres de développer certains aspects de sa méthode, son intérêt n'est donc pas dans une explicitation didactique des choses, mais bien à un autre niveau, celui de la découverte de la méthode elle-même et non de son application. La fin de la démonstration est explicite : Leibniz y compare la méthode ancienne « Ce serait un travail fastidieux et parfois même insurmontable, de mener à bien le calcul avec les méthodes qu'on pratique [pratiquées jusque-là] » avec « l'aisance » de la sienne ; exemple qui n'est qu'un reflet de l'opposition systématique entre la méthode leibnizienne et les autres. C'est donc en premier lieu par le style que se construit la méthode de Leibniz, par la façon dont elle est qualifiée et identiquement qualifiée (aisée, facile, automatique), contrairement aux autres, désignées comme fastidieuses et souvent non référées, (« les méthodes ») par opposition à « ma méthode », sous-entendue, la méthode elle-même.

##### 3.1.2 L'unité de la méthode

L'unité de la méthode de Leibniz est une unité par l'affirmation de son caractère unique. Leibniz pose d'emblée sa méthode en claire opposition quant à des travaux antécédents, et ce faisant, il fait de son originalité un premier facteur d'unité. Cette unité fait également écho avec le nom choisi pour le traité, non pas simple méthode pour trouver les maximums et minimums à partir des tangentes, mais nouvelle méthode. La nouveauté fait de la méthode un objet radicalement autre, détaché et donc distinguable au sein d'une histoire des mathématiques. Nouvelle méthode est donc à entendre à la fois comme production d'un travail singulier, en tant qu'il s'inscrit dans une certaine succession de travaux, mais aussi comme radicalement différent, en tant qu'il se détache et surpasse les travaux effectués jusqu'alors. La Nouvelle Méthode n'est donc pas un effet

d'annonce du titre mais le lieu d'une véritable mécanique rhétorique où chaque étape ou presque de la démonstration se voit confrontée avec les anciennes méthodes pour insister sur le pas de côté effectué par Leibniz. L'unité de la méthode est alors forgée par une logique argumentative forte, l'un des exemples les plus frappants se trouvant à la page 111 de notre édition : « Or les Méthodes en usage ne comportent aucun passage semblable ».

### 3.1.3 L'unité comme principe philosophique

L'unité est le principe fondateur du système leibnizien d'un point de vue mathématique, mais aussi philosophique. Ainsi on trouve dans sa *Monadologie*, l'une des formulations les plus approfondies de sa métaphysique :

« La Monade, dont nous parlerons ici, n'est autre chose qu'une substance simple, qui entre dans les composés ; simple, c'est-à-dire sans parties<sup>7</sup>. »

Ou encore, plus loin dans le même texte :

« Les Monades n'ont point de fenêtres, par lesquelles quelque chose y puisse entrer ou sortir<sup>8</sup>. »

C'est sur l'unité et sur la simplicité que pourrait se tisser un lien entre la *Nouvelle Méthode* et l'œuvre philosophique de Leibniz.

Le principe d'unité autorise l'affirmation de la Monade comme unité élémentaire, comme ce à partir de quoi il faut penser. En ce sens, la monade, l'unité pour soi est analysable selon deux principes. La monade est à la fois âme ou forme substantielle chez Leibniz, soit un principe actif, et également matériau, ou matière première, soit un principe passif. La monade est donc ce à partir de quoi on pense, et ce qui pense. Essayons de comprendre à présent en quoi l'unité est le principe fondateur de la monade.

La monade est une substance simple, sans parties nous dit le texte, ayant des actions propres sans être influencée en retour par un environnement. Chaque monade est de même un point de vue sur le monde, un miroir vivant, représentatif de l'univers. Le monde est donc composé de monades pour Leibniz, et c'est la monade qui assure l'unité du monde comme élément principal. Dire que la monade est un point de vue sur le monde serait peut-être à rapprocher de la substance individuelle. Mais il n'en est rien, la Monade en tant qu'unité première n'est pas l'unité ou la singularité de l'individu, mais il faut plutôt y voir cet élément premier, cette unité irréductible, multipliable à l'infini comme une variété de points de vue possibles sur le monde.

7. Leibniz, *Monadologie*, Article 1, p.219 dans notre édition de référence. Voir Bibliographie.

8. Leibniz, *Monadologie*, Article 7, p.220 dans notre édition de référence. Voir Bibliographie.

### 3 NOVUS METHODUS OU LE TRAITÉ DE LA MÉTHODE ÉLÉGANTE<sup>17</sup>

Serait-ce alors une façon de se rapprocher de l'élément mathématique, du chiffre et du nombre en particulier ? Bien que les deux ne se recourent pas, il y a certains points communs, comme la possibilité d'exprimer l'un à partir de tous les autres, le complexe à partir du simple. C'est ce que l'on retrouve dans les étapes de substitution de la démonstration de la *Nouvelle Méthode*, où Leibniz analyse l'équation différentielle comme la substitution possible de chaque membre par sa quantité différentielle. Plus largement, cette démarche participe d'un effort de simplification plus vaste : « et que dans une matière en elle-même complexe, il faut tâcher de rendre les choses simples. » La simplicité est le fondement de la démonstration, mais aussi son aboutissant. On retrouve là en quelque sorte les deux aspects de la Monade, la simplicité comme matériau de départ, et comme le résultat de la pensée elle-même.

### 3.2 L'élégance veut impérieusement que les moyens soient appropriés au but »

Il est question dans le *Traité de la Vie Élégante* avant tout ou du moins de traiter des cas d'élégance capables d'être reproduits par les lecteurs du Journal *La Mode*. L'élégant se montre discret quant aux moyens qu'il met en œuvre pour se réaliser. Tout doit lui apparaître facile, aisé, inné presque, comme s'il avait été touché dès le plus jeune âge par le don du bon goût. La facilité est le second critère que l'on peut relever dans la *Nouvelle Méthode*. Facilité de la méthode elle-même, en tant qu'outil applicable et transposable à des exemples précis, facilité en tant que le matériau principal de la démonstration, le calcul, ne s'aide plus des figures géométriques mais les délaisse, peu à peu, pour enfin affirmer la prédominance et l'intérêt accordé à la recherche de la méthode, en tant que recherche des formes appropriées.

#### 3.2.1 Manipulation aisée d'un outil

La *Nouvelle Méthode* s'offre au lecteur non comme une série de preuves, mais plutôt comme l'épreuve d'une méthode, la mise à l'épreuve d'une méthode. Cette dernière est mise à l'épreuve par la répétition d'une manipulation, par son application répétée dans une multiplicité de cas. C'est en ce sens qu'il faut entendre la conclusion de la démonstration, à vrai dire moins conclusion qu'ouverture. La répétition de l'occurrence « avec aisance » a quelque chose du performatif. Parvenir au bout de la démonstration sans encombre est déjà un signe de l'aisance de la méthode, sans oublier le caractère succins du texte, lui-même reflet de cette aisance. Enfin, si cette mise à l'épreuve est plutôt réussie, elle n'est là qu'un début : « Encore tous ces résultats ne sont-ils que les prémisses d'une Géométrie bien plus sublime, s'étendant sans exception, aux problèmes les plus ardues et les plus beaux des Mathématiques Mixtes. » L'aisance et l'efficacité de la Méthode chez Leibniz est alors à comprendre non seulement comme effective, à partir de la démonstration mais aussi en termes de potentialité et de capacité. Soit encore de résistance à la difficulté.

#### 3.2.2 Indépendance du calcul

Il est tout à fait remarquable que dans son entreprise, Leibniz délaisse peu à peu les figures géométriques pour affirmer la puissance souveraine du calcul. Cela indique le statut réservé à l'image, à la figuration. D'une part, celle-ci peut-être source d'erreurs, d'autre part, l'attribution d'un second rôle aux images n'en fait plus le point de départ de la démonstration mathématique. Non plus ce à partir de quoi, la réflexion se fait. Désormais cette place est réservée au calcul. Le calcul lui-même permet de se figurer les liens entre les opérations mathématiques. Le calcul a-t-il pour autant un rôle figuratif ? La différence à souligner entre le calcul et la figure géométrique est une différence que l'on peut comprendre comme l'opposition entre signe et figure ou encore entre particulier

et général. Le calcul autorise un passage automatique à la généralisation et accentue par là-même la puissance d'une démonstration, tandis que la figure géométrique se restreint aux spécificités d'un cas individuel. Le calcul permet par conséquent, le passage du particulier à l'universel<sup>9</sup>.

### 3.2.3 Recherches des formes appropriées

L'exigence de la *Nouvelle Méthode* est une exigence de maniabilité, de prédominance du calcul mais également de nouvelles formes. Si d'autres traités de Leibniz sont plus frappants quant à l'apparition de nouveaux signes mathématiques (comme le symbole  $\int$  pour somme par exemple), la *Nouvelle Méthode* introduit néanmoins le terme d'algorithme comme règles opératoires, mais aussi par extension comme lien nécessaire entre une représentation mathématique et des opérations nécessaires dérivées. La maniabilité de la méthode est alors question d'efficacité, mais aussi de la mise en place de certains automatismes, autre forme de la facilité. Ce dernier point est particulièrement visible par l'introduction de l'Algorithme au sein de la démonstration (soit p.110 dans notre édition) et sa qualification. L'Algorithme est en quelque sorte la représentation au sein de la démonstration des principes d'unité et de simplicité, d'efficacité et d'aisance.

On peut ainsi en relever quatre caractéristiques spécifiées par les qualificatifs utilisés par Leibniz :

- L'Algorithme autorise une généralisation, soit le passage d'un calcul précis à tous les calculs des équations différentielles.
- L'Algorithme est lié à l'expérience, soit à une répétition et une manipulation constante d'une méthode identique
- L'Algorithme est application de la simplicité puisque son application ne consiste qu'en une substitution des membres correspondant à chaque cas particulier
- Et enfin, l'Algorithme ne requiert qu'une « unique observation », c'est-à-dire qu'il est lui-même source d'un certain automatisme.

### 3.3 « C'est un tact exquis, dont le constant exercice peut seul faire découvrir les rapports... »

Certes, il réside dans l'élégance une part d'inné indéniable. Mais l'inné ne peut se passer de l'acquis et l'élégance exige l'exercice, soit un exercice des rapports. Fondamentalement, l'élégance est une saisie des liens, de ce qui va bien ensemble, du coordonné et de l'approprié. Ce faisant, il est un critère fondamental de distinction. Il s'agit de repérer au sein du réel de la vie quotidienne, les éléments qui pourront servir sa tâche afin de les réordonner dans la perspective de l'élégance. Dans la *Nouvelle Méthode*, il est question de tact, de

---

9. C'est ce que souligne à nouveau la fin de la démonstration en pointant l'absence ou presque d'exemple : « Ma méthode offre toujours la même aisance, beaucoup plus grande qu'on imagine presque *sans exemple*. (Nous soulignons) »

toucher, d'une certaine sensibilité, d'une façon de sentir les choses dirons-nous qui permet de saisir la méthode et surtout de l'inventer.

### 3.3.1 Le principe de séparation comme saisie des rapports

La saisie des rapports peut se comprendre au moins de deux façons dans la *Nouvelle Méthode*. Elle avant tout l'attitude du mathématicien, une attitude dynamique, de déduction face aux propositions énoncées, en tant que processus de distinction des éléments à retenir, des éléments essentiels ou convaincants pour poursuivre la démonstration. Le principe de séparation serait donc l'esprit alerte du mathématicien, celui qui sépare l'essentiel du futile. Elle a chez Leibniz cependant une définition plus précise, non pas opposée à ce premier point mais appliquée plus directement au calcul et à la méthode

- Elle est principe de séparation : séparation des différents membres de l'équation
- Elle est principe de substitution : après avoir séparé les différents membres, la possibilité d'appliquer la méthode à tout autre cas, en particulier aux courbes transcendantes. La méthode en ce sens chez Leibniz, ne se restreint pas à l'objet annoncé dans le titre, mais se veut universelle, à la condition de faire le lien entre diverses réalités mathématiques et de leur appliquer la méthode ici consignée.

### 3.3.2 L'élégance ou l'art de la découverte : *l'ars inveniendi* de Leibniz

L'élégance s'offre comme un don ou une faculté double. Il y a d'une part son exercice, la capacité d'exercer l'élégance à partir d'observations, d'un regard distinguant les éléments, opérant une sélection et d'autre part de l'inné. Au sein même de l'exercice de l'élégance se forme donc un regard expert, capable de reconnaître le bon élément, l'objet adéquat, la robe ou l'accessoire, l'aménagement d'un intérieur et cette expérience due à la répétition de l'exercice de l'élégance n'est pas antinomique la surprise ou la découverte. L'élégance n'est donc pas une incarnation crispée ou sclérosée des règles, c'est bien plutôt la faculté de subsumer la surprise ou la découverte au principe de l'élégance lui-même. A la rigidité des codes, Balzac oppose la souplesse de l'élégance. Chez Leibniz, cette souplesse témoignerait d'un état d'esprit général, d'une façon d'aborder les mathématiques résolument neuve, de ce que l'on pourrait appeler un *optimisme mathématique*<sup>10</sup>. Optimisme est à comprendre en deux sens, un sens formel peut-être, qui irait de pair avec une optimisation d'un système, soit sa réduction à l'essentiel<sup>11</sup>, ou optimisme dans un sens plus psychologique, soit une disposition de l'esprit. Ce sur quoi la notion d'optimisme mathématique insiste est bien la nouveauté du regard de Leibniz. Leibniz pose un autre regard

10. Parmentier, Marc, « L'optimisme mathématique » Préface aux Acta. Voir bibliographie.

11. Voir notre première partie sur l'exigence de simplicité et de concision de la *Nouvelle Méthode*

sur les mathématiques, un œil nouveau, non pas radicalement autre au départ, bien que les deux soient liés, mais nouveau comme novice. C'est précisément cette innocence du regard, pour ne pas dire candeur, qui autorise Leibniz à saisir certains détails que des mathématiciens plus expérimentés n'avaient pu voir car embrouillés et aveuglés par une multitude règles strictes. C'est aussi là ce que l'on peut rapprocher d'un certain tact en Mathématiques, c'est-à-dire d'une façon de sentir les choses, qui autorise alors non pas seulement la saisie des rapports, mais aussi leur invention.

Le rapport de Leibniz aux Mathématiques est un rapport d'invention, un *ars inveniendi*, un d'inventer, mais non pas inventer pour se contenter d'une nouvelle invention, mais inventer pour progresser indéfiniment, pour aller toujours au devant de ce qui est admis. C'est toujours en ce sens que l'on peut lire les tentatives de généralisation de la méthode à n'importe quel objet.

### 3.4 « La vie élégante n'exclut ni la pensée, ni la science, elle les consacre »

La vie élégante selon Balzac est un effort permanent, effort dont les moyens restent cachés certes, mais effort pour tendre vers l'unité de la simplicité et de l'harmonie. L'élégance, c'est le lien, c'est donc la ligne, une façon continue de mener les choses, une esthétique de la ligne en tant qu'elle définit la ligne de conduite mais aussi les effets produits. Ainsi l'élégant est celui qui fait de l'élégance sa ligne de vie, qui conjugue tous ses efforts vers cette même ligne. La ligne ou l'image de la perfection. L'élégance comme lien, l'élégance qui rassemble, tel est le premier aspect de la ligne chez Leibniz en tant que pensée unificatrice de la communauté scientifique, en tant qu'elle consacre une certaine communauté scientifique. Puis vient, l'élégance comme définition de la ligne elle-même, considérations plus formelles et esthétiques sur la *Nouvelle Méthode* comme linéarisation, avant de conclure sur la spécificité de la ligne chez Leibniz.

#### 3.4.1 L'élégance comme lien

L'élégance est une démarche de synthèse, d'unification et de rassemblement. Si la caractéristique de la *Nouvelle Méthode* est de se poser comme nouveauté, alors la question de l'élégance pose également celle de la communauté, du lien avec une tradition ou une pensée déjà établie. A la lecture du texte de Leibniz, la tradition semble être mise à l'écart, relayée aux extrémités du texte, comme si leur place dans le texte reflétait leur marginalisation au sein de la pensée des Mathématiques plus généralement. Cependant cette marginalisation n'est qu'apparente, elle est un levier pour la pensée de Leibniz, une façon pour lui d'aborder les Mathématiques mais qui n'inclut pas de s'en défaire. Cela rejoint l'art de l'invention vu précédemment : la tradition ne doit pas être mise en banc, mais au contraire doit servir de point de départ à l'invention. L'invention s'inscrit alors d'une certaine façon dans la continuité de la tradition mais ne se confond pas avec elle.

L'élégance est alors pour Leibniz de rendre la fonctionnalité de sa méthode plus apparente, de la communiquer et d'en convaincre. Elle participe donc de cet art de l'invention en tant moteur et point de vue sur les mathématiques. Ceci reprend en partie des analyses de sciences cognitives sur les Mathématiques, qui font de l'élégance, l'un des éléments d'une raison esthétique des Mathématiques. L'élégance ne serait dès lors pas une qualité seconde de la démonstration mais l'un de ses principes, en tant qu'elle est une façon de faire des Mathématiques (soit le privilège de la fluidité, du minimalisme, de l'analogie, de la fonctionnalité), une façon de s'y rapporter d'un point de vue de la cognition<sup>12</sup>.

---

12. Sur ce point, nous renvoyons à l'article d'Henri Volken. Voir Bibliographie.

### 3.4.2 L'élégance comme ligne

Dans le souci d'optimisation qui est le sien, la ligne a pour Leibniz une importance fondamentale. Elle est la forme même de la démonstration mathématique : fluide et continue. La suppression progressive des figures participe de ce même enjeu, c'est-à-dire de donner aux mathématiques une nouvelle forme, celle de la syntaxe. Le calcul mathématique devient syntaxe, c'est là sa linéarisation et de nouveaux signes apparaissent dans celle même optique, celle de faire des mathématiques un langage. On peut citer ici en exemple l'introduction d'une nouvelle notation de la division, soit la forme  $x : y$ . Ce type de notation linéaire met en évidence la présence d'un opérateur possible, facilite la lecture, et entraîne également l'aisance de la manipulation des signes mathématiques. Cette linéarisation très souvent été mise en rapport avec une certaine automatisations du calcul, voire une mécanisation, invitant à toutes les rapprochements possibles avec la théorie des langages<sup>13</sup>.

### 3.4.3 L'élégance baroque : ligne et détours

Si la ligne est bien le principe directeur de la *Nouvelle Méthode*, aussi bien esthétique qu'heuristique, c'est-à-dire constitutif de connaissances en tant que réforme d'un système mathématique, encore faut-il qualifier cette ligne. Et chez Leibniz, ce n'est certes pas une ligne droite. Dans le texte même de la *Nouvelle Méthode*, on trouve l'occurrence « détours<sup>14</sup> ». Ligne, oui, mais qui admet des courbes, des détours nécessaires, non des ornements factices. Ce qui fait de l'élégance de Leibniz, une élégance toute baroque.

On pourrait en suivant Deleuze<sup>15</sup>, comparer la ligne chez Leibniz à la musique baroque. La musique baroque explicite la compréhension de la ligne comme détour. Sur la ligne horizontale vient se développer la mélodie virevoltante, ornée, pleine d'arabesques et de détours, tandis que ce qui constitue son fondement, ce sont les accords verticaux, l'harmonie, autant de repères possibles.

Transposée à la démonstration leibnizienne, la mélodie baroque pourrait être comprise en ce sens :

- l'objectif principal qui demeure la facilité et l'efficacité de la démonstration, unifiée et harmonieuse, ce sont les accords verticaux.
- L'horizontalité de la ligne mélodique qui nécessite de passer par certains détours tout en s'appuyant sur les accords verticaux.

---

13. Sur ce point précis, nous renvoyons à l'article de Gérard Chazal. Voir Bibliographie.

14. Certes, l'occurrence « détours » renvoie aux opposants de Leibniz, mais n'est-ce pas là une manière de se prémunir contre toute attaque sur sa propre méthode. On pourrait ainsi comprendre le premier exemple extrêmement complexe et obscur, volontairement choisi par Leibniz comme un détour, pour mieux affirmer la fluidité et la limpidité de la ligne de sa propre démonstration.

15. Voir Bibliographie, Gilles Deleuze, le *Pli*.

## 4 Conclusion

Comparer la méthode de Leibniz aux écrits de Balzac, avec tout ce que cela a de schématique pointe néanmoins l'épaisseur littéraire de la démonstration mathématique. Les termes en usage chez Leibniz sont loin d'être anodins, la structure du texte non plus, qui a bien des égards, de par son unité reprend le principe de la Monade. En effet, c'est bien « sans fenêtre » et obscur que le texte de Leibniz a été reçu, et il faudra attendre quelques années avant que la mécanique voulue par Leibniz prenne effet.

Sur l'influence de Leibniz sur Balzac à présent, elle est indéniable quant à la formation de l'œuvre balzacienne comme système. Ce dernier cite d'ailleurs explicitement le philosophe dans ses écrits et s'inspire de son modèle pour forger le sien.

Enfin, pourra-t-on conclure à partir du parallèle entre Leibniz et Balzac qui revient finalement à penser l'unité ou les points communs entre deux systèmes linguistiques, ce qui au cours de la préparation de cette étude, fut une mise à l'épreuve et la possibilité d'en faire ici la démonstration.

## 5 Bibliographie

### 5.1 Edition de Référence du texte travaillé

- Balzac, Honoré (de), « Traité de la Vie Elégante », pp.516-568, *Etudes Analytiques*, La Comédie Humaine, Tome 23, Editions établie sous la direction de Didier Alexandre avec la collaboration de Claude Blum. Introduction et notes de Nathalie Preiss, Classiques Garnier, Editions Garnier, Paris, 2008.
- Leibniz, Opuscles Mathématiques des Acta Eruditorum, Edition établie par Marc Parmentier.
- G.W. Leibniz, Discours de métaphysique. Monadologie, Edition établie, présentée et annotée par Michel Fichant, Folio/Gallimard, Paris, 2004, 562p.

### 5.2 Littérature secondaire

- Beaune, Jean-Claude. «Leibniz : machines et mathématique universelle». In : Renée Bouveresse (éd.), Perspectives sur Leibniz, p. 19-38. Paris : Librairie Philosophie Jean Vrin, 1999. Collection Science-Histoire-Philosophie. Publication de l'Institut Interdisciplinaire d'Etudes Epistémologiques.
- Chazal, Gérard. «La puissance du signe : de Leibniz aux machines informatiques». In : Renée Bouveresse (éd.), Perspectives sur Leibniz, p. 115-131. Paris : Librairie Philosophique Jean Vrin, 1999. Collection Science-Histoire-Philosophie. Publication de l'Institut Interdisciplinaire d'Etudes Epistémologiques.
- Deleuze, Gilles. Le Pli. Leibniz ou le Baroque. Paris : Editions de Minuit, 1988. Collection Critique. 191 p.
- Volken, Henri, « Orientation émotionnelle mathématique : la raison esthétique », Revue européenne des sciences sociales. Disponible sur internet : <http://ress.revues.org/72> DOI : en cours d'attribution.
- Young Chung Ye , « Balzac et le système de Leibniz », Revue la France, 2008/3 Vol. 108, p. 563-579. DOI : 10.3917/rhlf.083.0563